

8. Die Erfüllbarkeit der Relativitätsforderung in der klassischen Mechanik; von E. Schrödinger.

Gegen die klassische Punktmechanik mit Zentralkräften, deren Grundlagen in klarster Form von L. Boltzmann¹⁾ herausgearbeitet wurden, ist bekanntlich schon von E. Mach²⁾ der Einwand erhoben worden, daß sie der vom erkenntnistheoretischen Standpunkt sich aufdrängenden Relativitätsforderung nicht genüge: ihre Gesetze gelten nicht für *beliebig* bewegte Koordinatensysteme, sondern nur für eine Gruppe von gleichförmig translatorisch gegeneinander bewegten sogenannten Inertialsystemen. Empirisch zeigte sich, daß dies die gegen den Fixsternhimmel durchschnittlich ruhenden oder gleichförmig translatorisch bewegten Achsenkreuze sind, aber die Grundlagen der klassischen Mechanik lassen den Grund hierfür in keiner Weise erkennen.

Auch die allgemeine Relativitätstheorie konnte in ihrer ursprünglichen Form³⁾ der Machschen Forderung noch *nicht* genügen, wie bald erkannt wurde. Nachdem die säkulare Drehung des Merkurperihels aus ihr in staunenswerter Übereinstimmung mit der Erfahrung deduziert war, mußte jeder naive Mensch sich fragen: gegen *was* führt nun nach der *Theorie* die Bahnellipse diese Drehung aus, welche nach der *Erfahrung* gegen das mittlere Fixsternsystem stattfindet? Man erhielt zur Antwort: die Theorie fordert diese Drehung gegenüber einem Koordinatensystem, in dem die Gravitationspotentiale im Unendlichen gewissen Randbedingungen genügen. Der Zusammenhang dieser Randbedingungen mit der Anwesenheit

1) L. Boltzmann, Vorlesungen über die Prinzipie der Mechanik, Leipzig, J. A. Barth, 1897.

2) E. Mach, Die Mechanik in ihrer Entwicklung, Leipzig, F. A. Brockhaus, 3. Aufl. 1897. Vgl. bes. Kap. II. 6.

3) A. Einstein, Ann. d. Phys. 49. S. 769. 1916.

der Fixsternmassen war in keiner Weise deutlich, denn diese letzteren waren in die Rechnung überhaupt nicht eingegangen.

Die Überwindung der Schwierigkeit ist heute angedeutet durch die kosmologischen Theorien, welche eine räumlich geschlossene Welt fordern und dadurch Randbedingungen überhaupt vermeiden. Wegen der begrifflichen Schwierigkeiten, welche diese kosmologischen Theorien immerhin noch darbieten¹⁾, und nicht zuletzt wegen der mathematischen Schwierigkeiten ihres Verständnisses, ist damit die Lösung einer wichtigen erkenntnistheoretischen Frage, die jedem naturwissenschaftlich Gebildeten sofort einleuchtet, auf ein Gebiet hinübergerückt, auf dem wenige ihr folgen können und auf dem es wirklich nicht leicht ist, sich den klaren Blick für Wahrheit und Dichtung zu bewahren. Ich zweifle nicht daran, daß, wenn die Lösung im Sinne jener Theorien endgültig erreicht sein wird, sie nicht nur in hohem Maße befriedigen, sondern auch in einer Form sich darstellen lassen wird, die einem weiteren Kreis wirkliche Einsicht in dieselbe gewährt. Bei dem heutigen Stand ist es aber vielleicht nicht zwecklos, sich zu fragen, ob nicht durch eine einfache Modifikation der klassischen Mechanik der Machschen Relativitätsforderung genügt und das Bestimmte der Inertialsysteme durch den Fixsternhimmel auf einfache Weise verständlich gemacht werden kann.²⁾

Der Ansatz für die *potentielle* Energie in der Punktmechanik und im besonderen derjenige für das Newtonsche Potential genügt nun dem Machschen Postulat ohne weiteres, da er nur von der Entfernung der beiden Massenpunkte, nicht von ihrer absoluten Lage im Raum abhängt. Er kann deshalb, da er sich bewährt hat, auch vom Standpunkt jenes Postulates aus beibehalten werden, sei es auch nur als erste

1) H. Weyl, *Raum, Zeit, Materie*, 5. Aufl. § 39. — Berlin, J. Springer. 1923. Vgl. auch den Aufsatz „Massenträgheit und Kosmos“ von demselben Autor im 12. Jahrg. (1924) der „Naturwissenschaften“.

2) Die Lösung dieser Aufgabe liegt eigentlich schon in der von Mach gegebenen Darstellung des Trägheitsgesetzes. Sie hat wohl hauptsächlich deshalb so wenig Anklang gefunden, weil Mach eine *von der Entfernung unabhängige* wechselseitige Trägheitswirkung glaubt annehmen zu müssen (a. a. O., S. 228 ff.).

Näherung für ein in Wirklichkeit vielleicht komplizierteres Gesetz. Anders steht es mit der *kinetischen* Energie. Sie ist nach der klassischen Mechanik bestimmt durch die absolute Bewegung *im Raum*, während doch prinzipiell nur *relative* Bewegungen, Abstände und Abstandsänderungen von Massenpunkten beobachtbar sind. Man muß also nachsehen, ob es nicht möglich ist, die kinetische Energie, ebenso wie bisher die potentielle, nicht den Massenpunkten einzeln zuzuteilen, sondern sie gleichfalls als eine Energie der *Wechselwirkung* je zweier Massenpunkte aufzufassen und nur vom Abstand und der Änderungsgeschwindigkeit des Abstandes der beiden Punkte abhängen zu lassen. Um aus der Fülle von Möglichkeiten einen Ansatz auszuwählen, verwenden wir heuristisch die folgenden Analogieforderungen:

1. Die kinetische Energie als Wechselwirkungsenergie soll von den Massen und vom Abstand der beiden Punkte in derselben Weise abhängen, wie das Newtonsche Potential;
2. sie soll dem Quadrate der Änderungsgeschwindigkeit des Abstandes proportional sein.

Für die gesamte Wechselwirkungsenergie zweier Massenpunkte mit den Maßen μ , μ' in der Entfernung r gibt das den Ansatz

$$(1) \quad W = \gamma \frac{\mu \mu' \dot{r}^2}{r} - \frac{\mu \mu'}{r}.$$

Die Massen sind hier in solchem Maß gemessen, daß die Gravitationskonstante gleich 1 wird. Die vorläufig unbestimmte Konstante γ hat die Dimension einer reziproken Geschwindigkeit. Da sie universell sein soll, wird man erwarten, daß es dabei, von einem Zahlenfaktor abgesehen, um die Lichtgeschwindigkeit sich handelt, oder daß γ sich auf einen Zahlenfaktor reduziert, wenn man als Zeiteinheit die Lichtsekunde wählt. Wir werden nachher veranlaßt sein, diesen Zahlenfaktor gleich 3 zu setzen.

Nun denken wir uns einen Massenpunkt μ in der Nähe des Mittelpunktes einer Hohlkugel vom Radius R , die mit der Massendichte σ gleichförmig belegt ist. Wir beziehen alle Aussagen auf ein Koordinatensystem, in welchem die Hohlkugel ruht. In diesem sei der Massenpunkt bewegt, seine räumlichen Polarkoordinaten seien ϱ , ϑ , φ , die eines Flächen-

elementes der Kugel R, ϑ', φ' . Die Entfernung r des Punktes von dem Flächenelement ist gegeben durch

$$(2) \quad \left\{ \begin{aligned} r^2 &= R^2 + \varrho^2 - 2 R \varrho \cos(R \varrho) \\ &= R^2 + \varrho^2 - 2 R \varrho [\cos \vartheta \cos \vartheta' \\ &\quad + \sin \vartheta \sin \vartheta' \cos(\varphi - \varphi')]. \end{aligned} \right.$$

Die gesamte *potentielle* Energie ist in jeder Lage dieselbe und wir lassen sie außer Betracht. Durch Differentiation erhält man

$$(3) \quad \left\{ \begin{aligned} r \dot{r} &= \varrho \dot{\varrho} - R \dot{\varrho} [\cos \vartheta \cos \vartheta' + \\ &\quad + \sin \vartheta \sin \vartheta' \cos(\varphi - \varphi')] - R \varrho [-\sin \vartheta \cos \vartheta' \dot{\vartheta} + \\ &\quad + \cos \vartheta \sin \vartheta' \cos(\varphi - \varphi') \dot{\vartheta} - \sin \vartheta \sin \vartheta' \sin(\varphi - \varphi') \dot{\varphi}]. \end{aligned} \right.$$

Da wir das Koordinatensystem beliebig orientieren dürfen, genügt es für $\vartheta = 0$ zu rechnen. Ferner wollen wir nur die Hauptglieder ausrechnen, die bestehen bleiben, wenn $\varrho \ll R$. Wir dürfen dann die Glieder mit ϱ streichen außer wo sie mit $\dot{\vartheta}$ oder $\dot{\varphi}$ multipliziert sind. Auch wird in dieser Näherung $r = R$. Das gibt

$$(4) \quad \dot{r} = -\dot{\varrho} \cos \vartheta' - \varrho \dot{\vartheta}' \sin \vartheta' \cos(\varphi - \varphi').$$

Mithin nach (1)

$$(5) \quad \left\{ \begin{aligned} W &= \frac{\gamma \mu \sigma R^2}{R} \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^\pi \sin \vartheta' d\vartheta' [\dot{\varrho}^2 \cos^2 \vartheta' + \\ &\quad + 2 \varrho \dot{\varrho} \dot{\vartheta}' \sin \vartheta' \cos \vartheta' \cos(\varphi - \varphi') + \\ &\quad + \varrho^2 \dot{\vartheta}'^2 \sin^2 \vartheta' \cos^2(\varphi - \varphi')] = \frac{4 \pi \gamma \mu \sigma R}{3} (\dot{\varrho}^2 + \varrho^2 \dot{\vartheta}'^2). \end{aligned} \right.$$

Das ist genau der Wert der kinetischen Energie nach der klassischen Mechanik mit der Maßgabe, daß die gewöhnliche Masse m unseres Punktes (in Gramm) gegeben sein muß durch

$$(6) \quad m = \frac{8 \pi \gamma \sigma R}{3} \mu.$$

Da nun andererseits nach dem Ansatz für die potentielle Energie

$$(7) \quad m = \frac{\mu}{\sqrt{k}},$$

wo k die gewöhnliche Gravitationskonstante, so muß

$$(8) \quad \frac{1}{\sqrt{k}} = \frac{8\pi\gamma\sigma R}{3}.$$

Oder, wenn wir für σ die gewöhnliche Flächendichte s einführen,

$$(9) \quad s = \frac{\sigma}{\sqrt{k}},$$

wird

$$(10) \quad \frac{4\pi s R^3}{R} = \frac{3}{2k\gamma},$$

eine Beziehung, von der noch zu sprechen sein wird. —

Drückt man die Massen in Gramm aus, so wird die gesamte Wechselwirkungsenergie

$$(1') \quad W = \frac{\gamma k m m'}{r} \dot{r}^2 - \frac{k m m'}{r}.$$

Bewegt sich ein Massenpunkt m (Planet) in der Umgebung einer großen Masse m' (Sonne), so wird außer der kinetischen Energie (5) gegen den „Massenhorizont“ noch seine potentielle und seine kinetische Energie (1') gegen m' in Betracht zu ziehen sein. Man erhält als Gesamtenergie des „Einkörperproblems“

$$(11) \quad W = \left(\frac{m}{2} + \frac{\gamma k m m'}{r} \right) \dot{r}^2 + \frac{m}{2} r^2 \dot{\varphi}^2 - \frac{k m m'}{r}.$$

Die Anwesenheit der Sonne hat also außer der Gravitationsanziehung noch die Wirkung, daß der Planet „radial“ eine etwas größere träge Masse erhält als „tangential“. Durch Anwendung des Flächensatzes, der keine Änderung erleidet,

$$(12) \quad r^2 \dot{\varphi} = f,$$

und die Substitution

$$(13) \quad r^{-1} = \xi$$

erhält man nach Elimination der Zeit aus (11) und (12) in gewohnter Weise

$$(14) \quad (1 + 2\gamma k m' \xi) \left(\frac{d\xi}{d\varphi} \right)^2 + \xi^2 - \frac{2k m'}{f^2} \xi - \frac{2W}{m f^2} = 0.$$

Mit

$$(15) \quad \xi = \eta + \frac{k m'}{f^2}, \quad C = \frac{2W}{m f^2} + \frac{k^2 m'^2}{f^4}$$

kommt

$$(16) \quad d\varphi = \frac{d\eta \sqrt{1 + \frac{2\gamma k^2 m'^2}{f^2} + 2\gamma k m' \eta}}{\sqrt{C - \eta^2}},$$

von der üblichen Form abweichend durch den Wurzelfaktor im Zähler. Man überzeugt sich leicht, daß derselbe in der Anwendung auf Planetenbahnen nur eine geringfügige Korrektur bildet, falls γ von der Größenordnung des reziproken Lichtgeschwindigkeitsquadrates. Wir können uns daher mit der Näherung begnügen

$$(17) \quad \varphi = \left(1 + \frac{\gamma k^2 m'^2}{f^2}\right) \arcsin \eta - \gamma k m' \sqrt{C - \eta^2} + \text{const.}$$

Während der zweite Term rechter Hand nur eine außerordentlich geringfügige *periodische* Störung bedeutet, liefert der erste eine *säkulare* Periheldrehung vom Betrage

$$(18) \quad \Delta = \frac{2\pi\gamma k^2 m'^2}{f^2}$$

pro Umlauf, im Sinne des Umlaufs (φ durchläuft den Winkel $2\pi + \Delta$, bis η und damit auch r zu demselben Wert und in dieselbe Bewegungsphase zurückkehrt). Nun ist nach bekannten Formeln

$$(19) \quad k m' = \frac{4\pi^3 a^3}{\tau^2}, \quad f = \frac{2\pi a b}{\tau},$$

also

$$\frac{k^2 m'^2}{f^2} = \frac{4\pi^3 a^4}{b^2 \tau^2} = \frac{4\pi^3 a^2}{\tau^2 (1 - \varepsilon^2)}$$

(τ , a , b , ε sind die Umlaufszeit, große und kleine Halbachse und die numerische Exzentrizität der Ellipse). Das gibt

$$(20) \quad \Delta = \frac{8\pi^3 \gamma a^2}{\tau^2 (1 - \varepsilon^2)}.$$

Man erhält Übereinstimmung mit der aus der allgemeinen Relativitätstheorie abgeleiteten Periheldrehung¹⁾, also hinsichtlich des Merkur auch mit der Erfahrung, wenn man setzt

$$(21) \quad \gamma = \frac{3}{c^2}.$$

Der Ansatz (1) erhält dann die genauere Bestimmung

$$(1'') \quad W = \frac{3\mu\mu' r^3}{r} - \frac{\mu\mu'}{r},$$

1) A. Einstein, a. a. O., letzte Seite.

wenn Zeit- und Masseneinheit so gewählt werden, daß Lichtgeschwindigkeit und Gravitationskonstante beide gleich 1 werden. — (10) wird

$$(10') \quad \frac{4 \pi s R^2}{R} = \frac{c^2}{2k} = 6,7 \cdot 10^{27} \text{ c. g. s.}$$

Denkt man sich den „Massenhorizont“ aus einzelnen Massenpunkten bestehend und läßt unter ihnen unregelmäßig verteilte Geschwindigkeiten zu, welche jedoch in bezug auf passend gewählte Koordinatensysteme nicht von höherer Größenordnung sind als diejenigen, mit denen im Mittelpunkt experimentiert wird, so ändert sich bei hinreichend großem R an dem Resultat (5) nichts weiter, als daß erstens dieses Resultat bezüglich desjenigen unter den genannten Koordinatensystemen gilt, in bezug auf welches der Schwerpunkt der Horizontmassen ruht; zweitens tritt noch ein konstantes Zusatzglied auf, herrührend von den Radialgeschwindigkeiten der Horizontmassen, welches aber ohne Einfluß auf die Bewegung ist.

Ferner ist klar, daß man die flächenhafte Verteilung der Horizontmassen auch durch eine im großen Durchschnitt kugelsymmetrisch um den Beobachtungspunkt angeordnete räumliche Verteilung ersetzen darf, sofern die Verhältnisse nur so liegen, daß die innersten Schalen dieser Raumverteilung, für welche R noch nicht hinreichend groß ist, um die oben gemachten Vernachlässigungen zu rechtfertigen, nur verschwindende Beiträge zur gesamten Trägheitswirkung liefern. Sei d die räumliche Dichte dieser Verteilung in g/cm^3 , R ihr äußerer Radius, so tritt dann offenbar an die Stelle von (10')

$$(10'') \quad \int_0^R \frac{4 \pi \rho^2 d}{\rho} d\rho = 2 \pi R^2 d = \frac{c^2}{2k} = 6,7 \cdot 10^{27} \text{ c. g. s.},$$

wo wir die Integration für ein innerhalb R konstantes d ausgeführt haben. — Diese merkwürdige Beziehung sagt aus, daß das (negative) Potential aller Massen auf den Beobachtungsort, berechnet mit der am Beobachtungsort gültigen Gravitationskonstante, dem halben Quadrat der Lichtgeschwindigkeit gleich sein soll.

Eine grobe Abschätzung des Integrals in (10'') für die leuchtenden Massen unseres Sternsystems ergibt dafür den Wert 10^{16} c. g. s. Dabei ist angenommen, daß eine Kugel vom Radius $R = 200$ parsec (1 parsec = $3,09 \cdot 10^{18}$ cm) gleichmäßig mit Sternen von der Masse der Sonne erfüllt ist, derart daß 30 solcher Sterne auf eine Kugel von 5 parsec Radius entfallen. Es kann somit nur ein ganz verschwindender Bruchteil der auf der Erde und im Planetensystem beobachteten Trägheitswirkungen von der Wechselwirkung mit den Massen unseres Milchstraßensystems herrühren. Das ist in Hinblick auf die Zulässigkeit der hier entwickelten Vorstellungen ein sehr erfreuliches Resultat. Denn würden die Verhältnisse größenordnungsmäßig nur ein klein wenig anders liegen, so wäre es nur sehr gezwungen möglich, sich das Fehlen jeglicher *Anisotropie* der irdischen und planetarischen Trägheit zu erklären. Eine Massenverteilung, wie die an den leuchtenden Sternen festgestellte, müßte zur Folge haben, daß die Körper einer Beschleunigung *in* der galaktischen Ebene einen größeren Trägheitswiderstand entgegensetzen als senkrecht dazu. Ähnliche Folgen müßte der Umstand haben, daß wir uns doch wahrscheinlich nicht genau in der Mitte dieser Massenverteilung befinden. Das oben festgestellte Größenordnungsverhältnis scheint mir die von der unsymmetrischen Lagerung der Massen unseres Milchstraßensystems herrührende Trägheitsanisotropie *eben noch* unter die Grenze der astronomischen Beobachtbarkeit herabzudrücken, wie man durch Vergleich mit der gerade noch gut nachweisbaren Anisotropie der Merkurmasse grob abschätzen kann.

Dagegen scheint nun allerdings aufs neue die Frage aufzutauchen, warum dann unsere Inertialsysteme gerade gegen *unser* Sternsystem drehungsfrei sind (oder dieses gegen sie), wenn sie doch nicht hauptsächlich in ihm, sondern in noch viel weiter entfernten Sternmassen „verankert“ sind. Die Ursache, oder besser gesagt der Sachverhalt, ist von unserem ganz naiv elementaren Standpunkt aus offenbar der, daß empirisch überhaupt nur verhältnismäßig geringfügige relative Sternengeschwindigkeiten auftreten, nämlich nur solche, die merklich kleiner sind als die Lichtgeschwindigkeit. Unser Ansatz (1') läßt für diesen Sachverhalt durchaus keinen Grund erkennen.

Dieser bietet sich aber ganz ungezwungen dar, wenn wir zu der bisher allein verwendeten Kenntnis der Mechanik unseres Sonnensystems noch als rein empirische Grundlage hinzunehmen die Beobachtungen über die bedeutende Zunahme der Trägheit bei Annäherung an die Lichtgeschwindigkeit (Ablenkungsversuche mit Elektronen). Diese Versuche zeigen, daß der Ansatz (1'') nur als Näherung für kleine Geschwindigkeiten aufzufassen ist und für große, d. h. mit der Einheit vergleichbare \dot{r} einer Korrektur bedarf. Sehen wir die „relativistische“ Energieformel als Ausdruck der Beobachtungen an

$$(22) \quad \text{Kin. En.} = m c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right),$$

so ist es leicht, eine Modifikation von (1'') anzugeben, welche für beliebige Geschwindigkeiten gerade auf (22) führt. Man setze

$$(1''') \quad W = \frac{\mu \mu'}{r} \left(\frac{2}{(1 - \dot{r}^2)^{1/2}} - 3 \right);$$

setzen wir hier \dot{r} nach (4) ein und führen die mit (5) analoge Rechnung durch (unter Fortlassung des zweiten Klammerngliedes in (1'''), das nur konstantes liefert):

$$W = \frac{2 \mu \sigma R^2}{R} \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^{\pi} \frac{\sin \vartheta' d\vartheta'}{(1 - [\dot{q} \cos \vartheta' + \varrho \dot{\varphi} \sin \vartheta' \cos(\varphi' - \varphi)]^2)^{3/2}}$$

Setzen wir hier zunächst

$$x = \cos \vartheta', \quad y = \sin \vartheta' \cos(\varphi' - \varphi),$$

so durchlaufen x und y zweimal die Fläche des Einheitskreises, wenn ϑ' , φ' ihren ganzen Bereich abstreichen. Man findet

$$W = 4 \mu \sigma R \int \int_{x^2 + y^2 \leq 1} \frac{dx dy}{(1 - [\dot{q} x + \varrho \dot{\varphi} y]^2)^{3/2} \sqrt{1 - x^2 - y^2}}.$$

Nun führen wir für x und y „ebene Polarkoordinaten“ r , ψ ein und erkennen, daß man vorteilhaft statt r sogleich

$$\sqrt{1 - r^2} = z$$

als Variable wählt. Das ergibt

$$\begin{aligned}
 W &= 4 \mu \sigma R \int_0^{2\pi} d\psi \int_0^1 \frac{dz}{(1 - a^2 + a^2 z^2)^{1/2}} = 4 \mu \sigma R \int_0^{2\pi} \frac{d\psi}{1 - a^2} \\
 &= 4 \mu \sigma R \int_0^{2\pi} \frac{d\psi'}{1 - v^2 \cos^2 \psi'}
 \end{aligned}$$

mit den Abkürzungen

$$\begin{aligned}
 a &= \dot{\varrho} \cos \psi + \varrho \dot{\vartheta} \sin \psi, \\
 v &= \sqrt{\dot{\varrho}^2 + \varrho^2 \dot{\vartheta}^2}.
 \end{aligned}$$

Am einfachsten durch Reihenentwicklung des letzten Integrals (oder durch direkte Ausrechnung oder durch Integration im Komplexen) erkennt man nun, daß schließlich

$$(23) \quad W = \frac{8\pi\mu\sigma R}{\sqrt{1-v^2}} = \frac{8\pi\mu\sigma R}{\sqrt{1-\dot{\varrho}^2-\varrho^2\dot{\vartheta}^2}},$$

welches nach (6) und (21) mit dem variablen Teil von (22) übereinstimmt, da wir ja bei der jetzigen Rechnung von vornherein die Lichtgeschwindigkeit als Einheit genommen haben.

Beiläufig sei erwähnt, daß zu dem Ansatz (1'') die Lagrangefunktion

$$(24) \quad L = \frac{\mu\mu'}{r} \left(\frac{2}{\sqrt{1-r^2}} - 4\sqrt{1-r^2} + 3 \right)$$

gehört, welche der Gleichung

$$(25) \quad \dot{r} \frac{dL}{dr} - L = W = \frac{\mu\mu'}{r} \left(\frac{2}{(1-r^2)^{3/2}} - 3 \right)$$

genügt. Integriert man L nach (24), ähnlich wie früher W für die Wechselwirkung unseres Massenpunktes mit der Hohlkugel, so erhält man, von einer Konstante abgesehen, die wohlbekannte relativistische Lagrangefunktion eines Massenpunktes

$$(26) \quad L = -mc^2 \sqrt{1-\beta^2},$$

wo β wieder das Verhältnis der Geschwindigkeit des Massenpunktes zur Lichtgeschwindigkeit bezeichnet.

Der schwerwiegendste Einwand, welcher sich gegen die in dieser Note aufgezeigten Vorstellungsmöglichkeiten erheben läßt, ist der, daß dieselben in einer heutzutage unerhörten

Weise auf das Prinzip der instantanen actio in distans zurückzugreifen scheinen. Selbstverständlich wird heute niemand, auch der Autor nicht, dazu zu bewegen sein, die Ansätze (1), (1') usw. wirklich in diesem Sinne aufzufassen. Aber ganz ebenso wie wir überzeugt sein dürfen, daß ein viele Lichtjahre entfernter Stern auf ein irdisches Sekundenpendel bei jeder Schwingung einen minimen und scheinbar instantanen Einfluß durch sein Gravitationsfeld ausübt, auch dann, wenn die Gravitation sich in Wahrheit nur mit Lichtgeschwindigkeit ausbreitet, ganz ebenso dürfen wir, glaube ich, mit den von r abhängigen Gliedern unserer Ansätze rechnen, ohne uns gegen den Grundsatz der endlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit aller Wirkungen zu versündigen, so lange die Verhältnisse nur *so* liegen, daß es im Durchschnitt nicht darauf ankommt, ob wir mit dem augenblicklichen oder mit dem um die Latenzzeit zurückliegenden Bewegungszustand des entfernten Weltkörpers rechnen.

In anderen Fällen würde man allerdings zunächst gewissen Schwierigkeiten begegnen, wenn man mit der Berücksichtigung der Latenzzeit Ernst machen wollte. Es erweist sich dann als prinzipiell unmöglich, r anzugeben. Man könnte es rein empirisch durch den beobachteten Dopplereffekt definieren, aber dieser ist für zwei Beobachter auf zwei verschiedenen Massenpunkten, die einander Lichtzeichen geben, nicht derselbe „im gleichen Augenblick“. Die vorerst in eins zusammengezogene kinetische Energie der Wechselwirkung zerfällt damit notwendig wieder in zwei Terme. Im übrigen könnte die Ursache für die Verschiedenheit des Dopplereffekts, wenn die beiden Weltkörper etwa gleiche Masse haben, nur in der Existenz aller übrigen Weltkörper erblickt werden, welche demnach ein Inertialsystem für das Licht ebensogut wie für die Punktbewegung definieren müssen.

Ich halte es für wahrscheinlich, daß man durch Weiterverfolgung dieser Gedanken schließlich nach mancherlei Abänderungen bei der allgemeinen Relativitätstheorie landen würde. Denn diese stellt einen Rahmen dar, den wohl keine künftige Theorie völlig sprengen wird, der aber heute bei weitem noch nicht ganz mit konkreten und lebendigen Vorstellungen ausgefüllt ist. Die hier verwendete Vorstellung, daß

die Änderung des relativen, nicht des absoluten Bewegungszustandes der Körper einen Arbeitsaufwand erfordere, halte ich zum mindesten für eine erlaubte und nützliche Zwischenstufe, welche einen einfachen erfahrungsmäßigen Sachverhalt mittels Begriffsbildungen, die jedermann geläufig sind, in einfacher und doch nicht prinzipiell falscher Weise zu verstehen gestattet.

Zürich, Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 16. Juni 1925.)

**9. Druckfehlerberichtigung zu meiner Arbeit:
„Elektrizitätsleitung, Ladungszahl, Beweglichkeit
und thermische Ionisation in Flammgasen“;
von Erich Marx.**

(Ann. d. Phys. 76. S. 737. 1925.)

Auf S. 742 muß es heißen: Δ_N ist die Summe der Dauer des neutralen und wanderungsfähigen Zustandes.

Auf S. 744 muß es heißen: $\frac{1}{47000}$ statt $\frac{1}{4000}$.

Auf S. 757 muß es heißen: Summe von Neutralisations- und Wanderungsdauer.

Auf S. 771 in Formel (47) III ist log zu streichen.

Auf S. 771 in (47) V_y statt K_y .

Auf S. 783 unter 6. Neutralisierungs- + Ladungsdauer.